Sbírka příkladů ke školní části maturitní zkoušky z matematiky

1. otázka

1.1 Řešení logaritmických rovnic

Řešte rovnici s neznámou $x \in R$:

1. $\frac{\log(x^2+3)}{\log(x+3)} = 2$
2. $\log_2^2 x + 2\log_2 x - 3 = 0$
3. $\log x + \frac{4}{\log x} = 4$
4. $\log^2 x - 3\log x = \log x^2 - 4$
5. $\log_{\frac{1}{3}}(x+10) + \log_{\frac{1}{3}}(7-2x) = -4$
6. $2\log(x-2) - \log(14-x) = 0$
7. $\log(4{,}5 - x) = \log 4{,}5 - \log x$
8. $\log(x+3) + \log(x-2) = 2 - \log 2$
9. $\log_4(x+3) - \log_4(x-1) = 2 - \log_4 8$
10. $\log(x-2) - \log(4-x) = 1 - \log(13-x)$

1.2 Základní goniometrické vzorce

1. Určete hodnoty všech goniometrických funkcí v bodě x, jestliže platí $\sin x = \frac{3}{5}$ a zároveň $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.
2. Určete hodnoty funkcí sin x, tg x a cotg x, jestliže platí $\cos x = -\frac{4}{5}$ a zároveň $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.
3. Určete hodnoty všech goniometrických funkcí v bodě x, když platí $\cos x = -\frac{1}{3}$ a zároveň $\sin x < 0$. Rozhodněte, z jakého kvadrantu je hledaný úhel.
4. Určete, kdy je definován výraz $\frac{1+\mathrm{cotg}^2 x}{1+\mathrm{tg}^2 x}$ a pak jej zjednoduš.
5. Urči, kdy je definovaná rovnost $\frac{\cos x}{1+\sin x} = \frac{1+\sin(-x)}{\cos(-x)}$, a pak ji dokaž.

2. otázka

2.1 Řešení lineárních nerovnic

Vyřešte následující nerovnici pro $x \in R$:

1. $\frac{1}{3}(4x-1) + \frac{1}{4}(2x+1) > x + \frac{1}{6}(x-2)$
2. $\frac{7x-1}{3} + 6 \geq 5x - \frac{5+3x}{2}$

3. $2+\frac{3(x+1)}{8}<3-\frac{x-1}{4}$

4. $\frac{3x-1}{4}-\frac{5-6x}{2}\leq 8+\frac{3x}{2}$

5. $\frac{37-2x}{2}+9\leq\frac{3x-8}{4}-x$

6. $\frac{2x-17}{4}-\frac{8-x}{2}-2\leq x-4+\frac{x}{8}$

7. $\frac{14-6x}{3}\geq-\left(5x-\frac{4}{3}\right)+x$

8. $\frac{2x-5}{6}+\frac{3x-1}{3}\geq\frac{7x+2}{2}$

9. $\frac{x+1}{5}-\frac{x-1}{2}-3<\frac{2x-1}{2}$

10. $\frac{2}{3}(x+1)(-4)>\frac{3}{4}(x-2)+1$

2.2 Obecný trojúhelník – kosinová věta

1. Vypočtěte zbývající prvky (strany a úhly) v trojúhelníku *ABC*, je-li dáno:
   a) $a=28{,}7, b=19{,}5, \alpha=53°20'$
   b) $c=210, \alpha=62°32', \beta=48°56'$
   c) $a=722, \beta=49°25', \gamma=108°40'$
   d) $a=20, \beta=45°, \gamma=105°$
   e) $a=52\text{ cm}, c=88\text{ cm}, \gamma=52°$
2. Vypočtěte vnitřní úhly trojúhelníka ABC, jsou-li dány jeho strany a = 32,4, b = 56,3, c = 72,8.
3. Rovnoběžník má stranu a = 58 cm a úhlopříčky u = 89 cm, v = 52 cm. Vypočítejte obvod o a obsah S tohoto rovnoběžníku.
4. Ve vzdálenosti 10 m od břehu řeky byla změřena základna AC rovnoběžná s břehem řeky o délce 63 m. Bod B na druhém konci břehu řeky je vidět z krajních bodů základny pod úhly o velikosti CAB 33°50' a úhel ACB 41°20'. Vypočtěte šířku řeky.
5. V trojúhelníku ABC je a = 6cm, b = 8cm, c = 5cm. Určete velikost úhlu β.
6. Vypočítejte velikost největšího úhlu v trojúhelníku o stranách 36 m, 49 m a 25 m.
7. Vypočtěte, v jakém zorném úhlu vidí pozorovatel kolonu vozidel na dálnici dlouhou 2km, je-li od jejího začátku vzdálen 4km a od konce 5km.
8. Určete velikost zorného úhlu, pod kterým je vidět šířka fotbalové branky (7,32 m) z místa, které je od jedné tyče branky vzdáleno 25 m a od druhé 21 m.
9. Po 2 přímých tratích svírajících úhel 120° vyjely z nádraží zároveň 2 vlaky, osobní vlak rychlostí 60km/h, rychlík 100km/h. Vypočtěte jejich vzdušnou vzdálenost po 30 minutách.

3. otázka

3.1 Soustava dvou lineárních rovnic o dvou neznámých

Vyřešte soustavu rovnic s neznámými $x, y \in R$:

1. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + 10 = x(x+6) + y(y+6)$
   $(x+1)^2 - (y+1)^2 + 8 = x(x-6) - y(y-6)$

2. $(x+4)(y-2) = (x-2)(y+13)$
   $(x-1)(y-3) = (x+2)(y-5)$

3. $(x+3)(y+5) = (x+1)(y+8)$
   $(2x-3)(5y+7) = 2(5x-6)(y+1)$

4. $\frac{3x-2y}{5} + \frac{5x-3y}{3} = x+1$
   $\frac{2x-3y}{3} + \frac{4x-3y}{2} = y+1$

5. $\frac{x+y}{5} + \frac{y}{5} = -2$
   $\frac{2x-y}{3} - \frac{3x}{4} = \frac{3}{2}$

6. $\frac{x+1}{3} - \frac{y+2}{4} = \frac{2(x-y)}{5}$
   $\frac{x-3}{4} - \frac{y-3}{3} = 2y - x$

7. $\frac{x+y-2}{4} = \frac{x-2y-1}{2}$
   $\frac{2x+5y+1}{2} = \frac{5x-1}{3}$

8. $\frac{2x-5}{x-4} - \frac{y+1}{y-2} = 1$
   $\frac{3x+1}{x-1} - \frac{2y+9}{y+2} = 1$

9. $(x+y):(x+3) = 3:11$
   $(x-y):(y+4) = 1:13$

10. $\frac{4}{x-3y} = \frac{7}{9x+2y}$
    $\frac{3}{2x+y} = \frac{9}{x-y+1}$

3.2 Číselné obory - největší společný dělitel, nejmenší společný násobek

1. Určete největší společný dělitel a nejmenší společný násobek čísel 350 a 1 620.
2. Určete největší společný dělitel a nejmenší společný násobek čísel 715 a 5 525.
3. Obdélníkovou halu s rozměry 910 cm a 1 330 cm je třeba pokrýt co nejmenším počtem stejných čtvercových desek. Určete počet desek a jejich rozměry.
4. Jaká je strana nejmenšího možného čtverce, který je možno vydláždit obdélníkovými dlaždicemi s rozměry 50 cm a 45 cm? Kolik takových dlaždic je potřeba?
5. Stanovte nejúspornější délku prken, která se podle potřeby rozřežou na části dlouhé 60 cm, 75 cm nebo 50 cm.

6. Kontejner tvaru kvádru má být naplněn největšími možnými krychlovými bednami. Kolik jich bude a jaký je jejich rozměr? Rozměry kontejneru jsou 4,2 m, 5,6 m a 2,8 m.
7. Do lesního závodu přišlo sázet stromky 210 brigádníků. Na jednom svahu pracovalo 105 brigádníků, na druhém 60 a na třetím zbytek. Na všech svazích pracovali ve stejně početných skupinách. Kolik brigádníků pracovalo v každé skupině, když vytvořili co nejpočetnější skupiny? Kolik pracovalo skupin?
8. Běžec oběhne jedno kolo dráhy za 7 minut a motocyklista ji objede za 80 sekund. Určete dobu, po které se běžec setká s motocyklistou opět na startu. Kolik kol uběhne běžec a kolik kol ujede motocyklista?
9. Okolo obdélníkového záhonu o rozměrech 5,5 m, 1,65 m se mají vysázet růže tak, aby byly vzdálenosti mezi nimi stejné, aby se zasadila růže na každý roh záhonu a aby se spotřebovalo co nejméně růží. Kolik růží je potřeba a jaká mezi nimi bude vzdálenost?
10. Najděte nejmenší přirozené číslo x, které při dělení 15, 21 a 49 dá týž zbytek 4.

4. otázka

4.1 Mnohočleny

Vypočítejte podíl následujících výrazů a určete podmínky, za kterých má daný výraz smysl:

1. $\frac{2x^3-x^2-13x+5}{2x+5}$
2. $\frac{3a^3-10a+4}{a+2}$
3. $\frac{4a^3-10a^2+4a-40}{a-3}$
4. $\frac{8a^3-10a^2-13a+19}{2a-3}$
5. $\frac{x^3-5x^2+5x+2}{x-4}$
6. $\frac{x^3+2x^2-2x-1}{x+1}$
7. $\frac{8a^3-12a^2+6a-1}{2a-1}$
8. $\frac{a^3+a^2-11a-15}{a+3}$
9. $\frac{10x^3+7x^2-3x-1}{2x+1}$
10. $\frac{x^3+2x+3}{x+1}$

4.2 Exponenciální rovnice

V množině R řešte rovnici:

1. $5^x + 3 \cdot 5^{x-2} = 140$
2. $4 \cdot 3^{x+1} - 3^{x+2} = 72 + 3^{x-1}$
3. $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 448$
4. $4{,}5 \cdot 3^{5x-1} + 3^{5x+2} - \frac{5}{2} = 3^{5x+1}$
5. $3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 13$
6. $32^{x-1} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{3x-2} = 1$
7. $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$
8. $3^{x+1} + 9^x - 108 = 0$
9. $3^{2+x} + 3^{4-x} = 90$
10. $2^x \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{1-x} + 2^{1-x} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^x = 1$

5. otázka

5.1 Číselné obory a intervaly

Určete sjednocení, průnik a rozdíly intervalů. Intervaly zakreslete do jedné číselné osy.

1. $A = \langle -2; 6), B(-1; 5\rangle$
2. $A = (-2; 2\rangle, B = \langle 2; 8)$
3. $A = \langle -7; 4), B = (3; 9)$
4. $A = \langle -3; \infty), B = (0; 6\rangle$
5. $A = (-3; 0\rangle, B = (2; \infty)$
6. $A = (-\infty; 4\rangle, B = (-2; \infty)$
7. $A = (-\infty; 2), B = \langle 2; 8\rangle$
8. $A = (-\infty; 20\rangle, B = \langle -10; 30\rangle$
9. $A = (-\infty; 3), B = (3; \infty)$
10. Zapište jako interval množinu:
    a) všech záporných reálných čísel
    b) všech kladných reálných čísel
    c) všech nezáporných reálných čísel
    d) všech nekladných reálných čísel
    e) všech reálných čísel
    f) všech reálných čísel větších než 7
    g) všech reálných čísel, jež jsou menší nebo rovna 1

5.2 Pravoúhlý trojúhelník

1. V pravoúhlém trojúhelníku ABC s pravým úhlem u vrcholu C určete délky všech stran, všech výšek a velikosti všech vnitřních úhlů, když víte:
   a) $\beta = 60°, c_a = 3$ cm
   b) $c_b = 7$ cm, $c = 10$ cm
   c) $\alpha = 30°, b = 6$ cm
   d) $c = 8$ cm, $c_a = 5$ cm
   e) $v_c = 8$ cm, $a = 10$ cm
   f) $\beta = 60°, a = 12$ cm
   g) $c = 5$cm, $a = 3$m
2. Zjistěte, který trojúhelník je pravoúhlý:
   a) 5, 12, 13
   b) 3, 4, 5
   c) 6, 8, 10
   d) 8, 15, 17
   e) 9, 12, 15
   f) $2, 2, \sqrt{8}$
3. Doplňte tabulku pro pravoúhlé trojúhelníky ABC (délky stran jsou v cm).

	1. př.	2. př.	3. př.	4. př.	5. př.
a	12			13	13
b		7		14	
c	20		25		
α		30°	40°		60°

4. Žebřík je opřený o zeď pod úhlem 70°30´. Horní okraj žebříku je ve výšce 7,3 m nad zemí. Jak dlouhý je žebřík?
5. Jak vysoká je budova, která na vodorovnou dlažbu vrhá stín dlouhý 50,5 m pod úhlem 54°?
6. Štít střechy tvaru rovnoramenného trojúhelníku má šířku 12,8 m. sklon střechy je 38°. Vypočítejte výšku štítu.
7. Určete obsah pravoúhlého trojúhelníku ABC, jestliže je dána velikost přepony $c = 0{,}24$ m a úhel $\alpha = 73°$.
8. Základna rovnoramenného trojúhelníku má délku 20cm, obsah trojúhelníku je 240cm^2. Vypočítejte obvod tohoto trojúhelníku.
9. Lanovka má přímou trať o délce 1 450 m s úhlem stoupání 35°. Jaký je výškový rozdíl mezi dolní a horní stanicí?
10. Vypočtěte délku strany rovnostranného trojúhelníku, když víte, že jeho výška je 5 cm.

6. otázka

6.1 Obecný trojúhelník – sinová věta

1. Vypočtěte zbývající prvky (strany a úhly) v trojúhelníku *ABC*, je-li dáno:
   a) $a = 28{,}7, b = 19{,}5, \alpha = 53°20'$
   b) $c = 210, \alpha = 62°32', \beta = 48°56'$
   c) $a = 722, \beta = 49°25', \gamma = 108°40'$
   d) $a = 20, \beta = 45°, \gamma = 105°$
   e) $a = 52\ \text{cm}, c = 88\ \text{cm}, \gamma = 52°$
2. Dvě loďky jsou zaměřeny z výšky 150 m nad hladinou jezera pod hloubkovými úhly o velikostech 57° a 39°. Vypočtěte vzdálenost obou loděk, jestliže zaměřovací přístroj a obě loďky jsou v rovině kolmé k hladině jezera.
3. Dvě obce *A*, *B* jsou odděleny lesem; obě jsou viditelné z obce *C*, která je s oběma spojena přímými cestami. Jak dlouhá je projektovaná cesta z *A* do *B*, jeli $|AC| = 2\,003$ m, $|BC| = 1\,593$ m a $|\measuredangle ABC| = 63°23'$?
4. Stožár elektrického vedení vrhá 12 m dlouhý stín na stráň, která stoupá od paty stožáru ve směru stínu pod úhlem o velikosti $\alpha = 11°$. Určete výšku stožáru, jestliže výška Slunce nad obzorem je dána úhlem o velikosti $\gamma = 43°12'$.
5. Na vrcholu kopce stojí rozhledna 35 m vysoká. Patu i vrchol vidíme z určitého místa v údolí pod výškovými úhly o velikosti $\alpha = 28°$a $\beta = 31°$. Jak vysoko je vrchol kopce nad rovinou pozorovacího místa?
6. Letadlo letí ve výšce 2500 m k pozorovatelně. V okamžiku prvního měření bylo vidět pod výškovým úhlem 28°, při druhém měření pod výškovým úhlem 50°. Určete vzdálenost, kterou proletělo mezi oběma měřeními.

6.2 Výrazy s mocninami a odmocninami

Upravte následující výraz a zapište podmínky, za kterých má daný výraz smysl:

1. $\dfrac{\sqrt[12]{x^5}\cdot y^{\frac{5}{6}}\cdot y^{-\frac{1}{2}}}{x^{-\frac{3}{4}}\cdot\sqrt[3]{x^2y}}$
2. $\dfrac{\sqrt{x}\left(x^{\frac{2}{3}}\cdot x^{-\frac{1}{3}}\right)^{-1}}{\sqrt[3]{x^2\sqrt{x}}}$
3. $\dfrac{x^{-\frac{3}{4}}\cdot y^{\frac{5}{7}}\cdot\sqrt{x^2y^{\frac{1}{2}}}}{xy\cdot\sqrt{xy}}$
4. $\left[\dfrac{a^{\frac{1}{4}}\cdot b^{-1}}{c^{-2}d^{\frac{1}{2}}}\right]^{-3}\cdot\left[\dfrac{a^{\frac{3}{4}}\cdot\sqrt[3]{b^2}\cdot\sqrt{d^5}}{\left(c^{\frac{3}{2}}\right)^4}\right]^{-1}$
5. $\left(\dfrac{\sqrt[6]{y^4}\cdot\sqrt[3]{y^{-2}}}{\sqrt[5]{y^3}}\right)^5$
6. $\dfrac{\sqrt{2\sqrt{2}}}{\sqrt{3\sqrt{3}}}\cdot\dfrac{\sqrt[5]{c^{-4}}\cdot\sqrt{c}}{\sqrt[10]{c^{-7}}}\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-\frac{3}{4}}$

7. $\left(\frac{\sqrt{x}\cdot x^{-\frac{2}{5}}\cdot x}{2\sqrt[5]{x^{-1}}\cdot x^{0}}\right)^{10}$
8. $\left(\frac{3m^{\frac{1}{4}}\cdot\sqrt[3]{m^{-2}}}{\sqrt{m}\cdot\sqrt[6]{m^{-5}}}\right)^{-2}$
9. $\left(\frac{c^{-\frac{1}{3}}\cdot\sqrt[7]{c^{-5}}\cdot c^{0}}{c\left(\sqrt[3]{c^{2}}\right)^{-2}}\right)^{-\frac{14}{5}}$
10. $\sqrt[7]{\left(\frac{b^{3}\sqrt[5]{b^{3}}}{b^{\frac{3}{2}}\cdot b^{0}}\right)^{-10}}$

7. otázka

7.1 Vektor – definice, souřadnice a velikost

1. Spočítejte velikost a souřadnice vektoru $\vec{u} = \overrightarrow{LK}$, když
   a) K[−4; 5] a L[3; 6]
   b) K[2; −3] a L[2; 1]
   c) K[0; 0] a L[3; −4]
2. Spočítejte souřadnice středu úsečky AB, když
   a) A[2; 5] a B[1; −3]
   b) A[2; 4] a B[8; 1]
   c) A[2; −1] a B[0; 4]

   Spočítejte velikost úsečky AS.
3. Určete čísla p a q tak, aby bod S byl střed úsečky AB
   A[3; p + 2], B[7; 3], S[1-q; -1]

   Určete velikost vektoru $\overrightarrow{AB}$.
4. Určete čísla m a n tak, aby bod S byl střed úsečky CD
   C[-2; 6], D[m+1; 4], S[1; n-3]

   Určete velikost vektoru $\overrightarrow{SD}$.
5. Je dáno $\vec{v}$ = (-2; 1) a B[2; -1]. Určete souřadnice bodu A tak, aby $\vec{v}$ = B − A. Spočítejte velikost vektoru $\overrightarrow{AB}$.

7.2 Vztah mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice

1. Určete koeficienty a a b, tak, aby čísla $x_1 = 6$ a $x_2 = 4$ byla kořeny kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$.
2. Určete koeficienty a a b, tak, aby čísla $x_1 = -7$ a $x_2 = -4$ byla kořeny kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$.
3. Určete koeficienty a a b, tak, aby čísla $x_1 = 5$ a $x_2 = \frac{1}{2}$ byla kořeny kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$.

4. Určete koeficienty a a b, tak, aby čísla $x_1 = -\frac{5}{8}$ a $x_2 = 3$ byla kořeny kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$.
5. Určete koeficienty a a b, tak, aby čísla $x_1 = 4$ a $x_2 = -\frac{1}{3}$ byla kořeny kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$.
6. Určete koeficienty a a b, tak, aby čísla $x_1 = -\frac{5}{7}$ a $x_2 = -2$ byla kořeny kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$.
7. Určete koeficienty a a b, tak, aby čísla $x_1 = -\frac{1}{3}$ a $x_2 = -\frac{3}{2}$ byla kořeny kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$.
8. Určete koeficienty a a b, tak, aby čísla $x_1 = \frac{5}{3}$ a $x_2 = \frac{3}{7}$ byla kořeny kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$.
9. Určete koeficienty a a b, tak, aby čísla $x_1 = \frac{1}{2}$ a $x_2 = -\frac{4}{5}$ byla kořeny kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$.
10. Určete koeficienty a a b, tak, aby čísla $x_1 = -\frac{3}{4}$ a $x_2 = \frac{5}{8}$ byla kořeny kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$.

8. otázka

8.1 Oblouková a stupňová míra, orientovaný úhel

1. Převeďte stupně na radiány a radiány na stupně (postup zapište).
   a) 7 825°
   b) 15°
   c) 460°
   d) 312°
   e) 1 890°
   f) 135°
   g) $\frac{28}{3}\pi$
   h) $\frac{39}{5}\pi$
   i) $11{,}2\pi$
   j) $\frac{5}{8}\pi$
   k) $\frac{\pi}{4}$
   l) $\frac{3\pi}{4}$
2. Určete základní velikost úhlu v intervalu ⟨0;2π⟩.
   a) 1 025°
   b) 890°
   c) 10 460°
   d) 455°
   e) 1 080°
   f) 135°
   g) $\frac{16}{3}\pi$
   h) $\frac{35}{6}\pi$
   i) 5,5π
   j) $\frac{20}{8}\pi$
   k) $\frac{5}{2}\pi$
   l) $\frac{13}{4}\pi$
3. Určete bez použití kalkulačky převedením na hodnotu úhlu v 1. kvadrantu (postup zapište).
   a) cos 1 380°
   b) sin 600°
   c) cos 1 395°
   d) $\cos\frac{2}{3}\pi$
   e) $\sin\frac{43}{6}\pi$
   f) sin 570°
   g) $\sin\frac{12}{8}\pi$
   h) $\cos\frac{4}{3}\pi$
   i) $\cos\frac{3}{4}\pi$
4. Rozveďte stupně na stupně, minuty a vteřiny.
   a) 25,6°
   b) 150,24°
   c) 10,32°
   d) 228,82°
   e) 62,732°
   f) 57,125°

5. Převeďte stupně, minuty a vteřiny na stupně.

a) 45°12´

b) 68°30´10´´

c) 32°5´

d) 325°50´

e) 15°30´40´´

f) 160°20´´

8.2 Soustavy lineárních nerovnic o jedné neznámé

1. $\frac{3x-4}{x+7} \geq 0$
2. $\frac{3x-2}{7-5x} \geq 0$
3. $\frac{2-x}{3x+6} < 0$
4. $\frac{x-1}{3-x} > 1$
5. $\frac{x+2}{1-2x} \leq 2$
6. $7x - 4 \geq 3\left(\frac{x}{2} - 2\right)$

   $$4x + \frac{1}{2}(x+3) \geq 2\left(\frac{x}{3} - 1\right)$$

7. $\frac{1-2x}{3} < \frac{1+3x}{4}$

   $$1 - 7x \geq -6x + 2$$

8. $3x - \frac{x+2}{6} > x$

   $$2x - \frac{1}{3}x > x - \frac{x-1}{6}$$

9. $(x+1)^2 + 7 > (x-4)^2$

   $$(1+x)^2 + 3x^2 \leq (2x-1)^2 + 7$$

10. $2(3x-1) < 3(4x+1) + 16$

    $$4(2+x) < 3x + 8$$

9. otázka

9.1 Řešení kvadratických rovnic

V množině R řešte kvadratickou rovnici:

1. $(3x-8)^2 - (4x-6)^2 + (5x-2)(5x+2) = 96$
2. $(2x+3)^2 - (3x-2)^2 = (4x-5)^2 - (3x-2)(x+6)$
3. $(5x-24)^2 - (3x-11)^2 = 21$
4. $(x+3)(x-5) = (x-1)(3-x) - 4(3-x)(x-5)$
5. $(x-3)^2 + (x+4)^2 - (x-5)^2 = 17x + 24$
6. $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{x^2}{9} - 3$

7. $\frac{x^2-5x+11}{x^2-7x+17}=\frac{5}{7}$

8. $\frac{2x+1}{x+3}-\frac{x-1}{x^2-9}=\frac{x+3}{3-x}-\frac{4+x}{3+x}$

9. $\frac{x-2}{x-3}+\frac{15}{x^2-3x}=\frac{6}{x-3}-\frac{3}{2}$

10. $\frac{1}{2}(2x-1)^2-\left[\frac{1}{2}(x+1)\right]^2=3\left[\left(\frac{1}{2}x\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]$

9.2 Goniometrické funkce – definice, graf, vlastnosti

1. Sestrojte jednu periodu grafu funkce y = sin x. Na ose x popište alespoň 8 hodnot a určete všechny vlastnosti této funkce.
2. Sestrojte jednu periodu grafu funkce y = cos x. Na ose x popište alespoň 8 hodnot a určete všechny vlastnosti této funkce.
3. Sestrojte do jedné soustavy souřadnic graf funkce y = sin x, y = 2sin x a y = sin(x - $\frac{\pi}{4}$). Na ose x popište alespoň 4 hodnoty. U funkce y = sin x určete všechny její vlastnosti.
4. Sestrojte do jedné soustavy souřadnic funkce: f_1: y = cos x, f_2: y = $\frac{1}{2}$cos x a f_3: y = cos(x + $\frac{\pi}{2}$).
   Na ose x popište alespoň 4 hodnoty. U funkce y = cos x určete všechny její vlastnosti.
5. Sestrojte v téže soustavě souřadnic grafy funkcí f_1: y = sin x a f_2: y = sin(x + $\frac{\pi}{6}$).
6. Sestrojte v téže soustavě souřadnic grafy funkcí f_1: y = sin x a f_2: y = sin2x a určete vlastnosti, ve kterých se obě funkce liší.
7. Narýsujte grafy funkcí a vyznačte na nich alespoň 4 hodnoty proměnné a k nim příslušné funkční hodnoty.

   a) $y=\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-1$
   b) $y=2\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+2$
   c) $y=\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-1$
   d) $y=3\sin(x+\pi)$
   e) $y=\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$

10. otázka

10.1 Rovnice s neznámou ve jmenovateli

Určete řešení následující rovnice s neznámou $x \in R$:

1. $\frac{5}{2x-3}+\frac{3x+8}{4x-6}=\frac{7}{6}-\frac{6x-2}{10x-15}$
2. $\frac{x+1}{x-1}+\frac{2}{x+2}-1=\frac{6}{x^2+x-2}$
3. $\frac{4}{x^2+2x-3}+\frac{x+1}{x-1}-\frac{x+2}{x+3}=0$
4. $\frac{11+3x}{x+3}-\frac{5x}{x-4}+\frac{x}{x^2-x-12}+2=0$
5. $\frac{1}{x-2}-\frac{x-3}{x+4}=\frac{6}{x^2+2x-8}-1$
6. $\frac{2x-1}{2x+1}=\frac{2x+1}{2x-1}+\frac{8}{1-4x^2}$

7. $\frac{12x^2+30x-21}{16x^2-9} = \frac{3x-7}{3-4x} + \frac{6x+5}{4x+3}$

8. $x - 3 + \frac{1}{x-2} = x - 4 - \frac{2x-3}{2-x}$

9. $\frac{7x+2}{3x-2} - \frac{9}{4-6x} = \frac{10x-4}{9x-6} - \frac{1}{16}$

10. $\frac{6-z}{1+z} - \frac{2(4z-3)}{z^2-1} = \frac{z}{1-z}$

10.2 Planimetrie – symbolické zápisy

Zapište symbolicky a danou situaci zakreslete:

a) Bod D leží na polopřímce BA.
b) Bod F leží v polorovině CEB.
c) Bod C neleží na polopřímce AE.
d) Polopřímka AB je částí přímky BD.
e) Přímka p není rovnoběžná s přímkou q.
f) Bod E je společný bod úsečky AB a přímky p.
g) Bod B neleží v konvexním úhlu DAC.
h) Poloroviny MNO a ABC splývají.
i) Přímka AE má s polopřímkou AB právě jeden společný bod A.
j) Velikost úsečky CE je 4,7 cm.
k) Přímka EF je kolmá na přímku q.
l) Úsečky AB a CD jsou stejně dlouhé.
m) Přímka p je rovnoběžná s přímkou q.
n) Vzdálenost bodu E od přímky p je 1,8 cm.
o) Bod A je vnitřním bodem konvexního úhlu RST.
p) Polorovina ABC má s polorovinou ABD společnou hraniční přímku AB.

11. otázka

11.1 Vzdálenost bodu od přímky

1. Vypočítejte vzdálenost bodu M [1; 9] od přímky AB: A[1; 2], B[0; 5].
2. Vypočítejte vzdálenost bodu C [-1; 4] od přímky p: A[1; 2], u = (3,-5).
3. Určete vzdálenost bodu X[2;3] od přímky p: 4x - 2y + 1 = 0.
4. Vypočítejte délky všech výšek v trojúhelníku KLM, kde K[1;-2], L[3;0], M[3;-5].
5. Vypočítejte délku výšky v_a v trojúhelníku ABC, kde A[-5; -3], B[6; 2], C[-2; 4].
6. Zjistěte vzdálenost bodu P[-3; 1] od přímky 2x + y – 2 = 0.
7. Určete vzdálenost bodu B[1; 3] od přímky p určené bodem A[0; 1] a směrovým vektorem u=(1; -1).
8. Určete vzdálenost bodu C[2; 5] od přímky p: -2x + 3y = 0

11.2 Řešení kvadratických nerovnic

Vyřešte početně následující kvadratickou nerovnici:

1. $x^2 - 5x + 6 < 0$
2. $9x^2 - 6x + 1 \leq 0$
3. $x^2 + 2x - 3 > 0$
4. $x^2 + 5x + 7 > 0$
5. $x^2 + 6x + 10 < 0$
6. $-(3 - 2x)^2 < 7x - 15$
7. $-4(3 - x)^2 \geq 11x - 33$
8. $(1 - 1{,}5x)(x - 1) < -2 - 0{,}5(x - 2)^2$
9. $(x + 3)(1 - x) \leq 2(x + 2)^2 - 5x - 7$
10. $2(1 - 2x)^2 \leq 2x + 5$

12. otázka

12.1 Planimetrie - základní pojmy

Definujte následující pojmy a ke každému načrtněte odpovídající obrázek:

a) hraniční přímka poloroviny
b) úsečka
c) osa úsečky
d) osa úhlu
e) vnitřní bod úhlu
f) polorovina
g) polopřímka
h) pata kolmice
i) rovinný pás
j) úhel
k) nekonvexní úhel
l) pravý úhel
m) plný úhel
n) ostrý úhel

12.2 Mocninná funkce

Načrtněte graf funkce a určete vlastnosti funkce:

1. $y = x^3$
2. $y = x^3$
3. $y = x^{-4}$
4. $y = \frac{5}{x}$

5. $y = x^2 - 3$
6. $y = (x+2)^3$
7. $y = (x+2)^{-3}$
8. $y = (x+1)^2 - 2$
9. $y = \frac{1}{(x-4)^2}$
10. $y = \frac{1}{(x-2)^3} + 1$

13. otázka

13.1 Odchylka dvou přímek

1. Určete odchylku přímek p a q:

a) p: 5x - y + 7 = 0
q: 2x - 3y + 1 = 0

b) p: 5x + 8y - 22 = 0
q: 7x + y – 41 = 0

c) p: 2x - 7y + 32 = 0
q: 7x + 2y – 40 = 0

d) p: 8x – 5y – 10 = 0
q: x + 5y -18 = 0

e) p: x = 1 + t
y = 2 + 3t
q: 2x + y – 1 = 0

f) p: x = -5 + 2t
y = 3t
q: x - 5y +3 = 0

g) p: x = -2 + 5t
y = -1 - 3t
q: 3x - 2y + 1 = 0

h) p: x = -1 + 3t
y = -2 - 3t
q: x = 2 + t
y = 5 - 3t

i) p: x = 6 + 2t
y = 0,5 - t
q: x = -10 + 3t
y = 1 - 3t

j) p: x = -1 - 3t
y = -2 - t
q: x = 4 + 1,5t
y = -5 + 3t

2. Určete vnitřní úhly v trojúhelníku KLM, kde K[1; -2], L[3; 0], M[3; -5].
3. Určete úhel α v trojúhelníku ABC, kde A[-5; -3], B[1; 1], C[2; -1].
4. Jsou dány přímky m: 3x - 4y + 7 = 0, n: x + 2y – 1 = 0. Určete úhel, který tyto přímky svírají.

13.2 Posloupnosti – základní pojmy, vlastnosti, graf

1. Napište prvních 6 členů posloupnosti$a_n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{n^2-1}{n^2+1}$.
2. Posloupnost je dána vztahem $a_{n+1} = 3n + a_n,\ a_4 = 8$. Určete $a_2,\ a_5$.
3. Posloupnost je dána vztahem $a_{n+1} = 2a_n,\ a_5 = -4$. Určete $a_2,\ a_4$.
4. Posloupnost je dána vztahem $a_{n+2} = a_{n+1} - \frac{1}{2}a_n,\ a_5 = 0, a_6 = -\frac{1}{4}$. Určete $a_1,\ a_7$.
5. Zjistěte, která z čísel: $-12, 65, -242$ jsou členy posloupnosti $a_n = -5n + 8$.

6. Vypočítejte prvních 6 členů posloupnosti dané rekurentně $a_{n+2} = 2a_{n+1} - 3a_n, n \in N$, je-li $a_1 = 4\ a\ a_2 = 2$. Načrtněte graf posloupnosti.
7. Vypočítejte prvních 6 členů posloupnosti dané rekurentně $a_{n+2} = \frac{a_{n+1}}{a_n}, n \in N$, je-li $a_1 = \frac{1}{2}\ a\ a_2 = \frac{1}{4}$. Načrtněte graf posloupnosti.
8. Vypočítejte prvních 6 členů posloupnosti dané rekurentně $a_{n+2} = \frac{a_{n+1}}{a_n} - n, n \in N$, je-li $a_1 = \frac{1}{2}\ a\ a_2 = \frac{2}{3}$. Načrtněte graf posloupnosti.
9. Vypočítejte prvních 6 členů posloupnosti dané rekurentně $a_{n+1} = a_n - 2, n \in N$, je-li $a_1 = 4\ a\ a_2 = 2$. Načrtněte graf posloupnosti a určete její vlastnosti.
10. Vypočítejte prvních 6 členů posloupnosti dané rekurentně $a_{n+2} = a_{n+1} - a_n, n \in N$, je-li $a_1 = 1\ a\ a_2 = 2$. Načrtněte graf posloupnosti a určete její vlastnosti.

14. otázka

14.1 Početní operace s mocninami

Daný výraz zjednodušte a určete podmínky, za kterých má tento výraz smysl:

1. $\left(\frac{4x^2y}{z^{-3}}\right)^3 \cdot \left(\frac{2x^5y^{-2}}{z^{-4}}\right)^{-2}$
2. $\left(\frac{a^{-3}b}{c^{-1}d^2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{c^{-2}d^3}{a^{-1}b^5}\right)^{-3}$
3. $\left(\frac{x^{-1}}{2y^{-1}}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{4y^{-2}}{3x^{-3}}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{x^0y}{3y^{-2}}\right)^{-2}$
4. $\left(\frac{2xy}{c}\right)^3 : \left(\frac{4x^3y^2}{a^3c^2} \cdot \frac{5a^2c}{y}\right)$
5. $\frac{9x^6y^{-5}}{z^{-3}} : \left(\frac{3^{-1}y^3}{x^2z^{-4}}\right)^{-2}$
6. $\left(\frac{3ab}{25c^2d^2}\right)^{-3} : \left(\frac{4a}{5cd^2}\right)^{-3}$
7. $\left[\left(\frac{3x^2}{y}\right)^3 : \left(\frac{y}{2x^2}\right)^{-1}\right] \cdot \frac{2y^2}{27x^4}$
8. $\frac{16a^{-3}b^{-2}}{9cd^{-3}} \cdot \left(\frac{128c^{-3}d^{-4}}{81a^{-5}b^{-3}}\right)^{-1} : \left(\frac{2^{-5}a^{-7}b^{-4}}{3^{-2}d^{-6}c^{-1}}\right)$
9. $\left[\left(\frac{2x}{3y^3}\right)^3 \cdot \frac{9y^4}{4z^3} \cdot \left(\frac{5z^2}{3x}\right)^2\right] : \frac{25z}{3x}$
10. $\left(\frac{2a^{-3}c^{-2}}{3b^{-2}d^3}\right)^{-2} : \left[\frac{2\cdot(c\cdot b^{-1})^{-1}}{3\cdot(a\cdot d)^2}\right]^{-3}$

14.2 Exponenciální funkce – grafy a vlastnosti

1. Načrtněte graf funkce $y = 3^x$.

   Do stejné soustavy souřadnic načrtněte grafy funkcí $y = 2^x, y = \left(\frac{1}{3}\right)^x, y = -3^x$.

   Grafy popište, dbejte na to, aby byly zachovány důležité souměrnosti a velikosti funkčních hodnot. U všech tří funkcí určete jejich vlastnosti.

2. Narýsujte grafy daných funkcí, vypočítejte do tabulky hodnoty pro x = -3, -2, -1, 0, 1, 2 a určete vlastnosti funkcí:
   a) $y = 2^x$
   b) $y = 3^x + 2$
   c) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

3. Sestrojte graf exponenciální funkce$y = 2^x$ a ve stejné kartézské soustavě souřadnic sestrojte grafy funkcí:
   a) $y = 2^{2x}$
   b) $y = 2^{-x}$
   c) $y = 2^{\frac{x}{2}}$

   Urči vlastnosti obou funkcí.

4. Dokažte graficky, jestli platí následující nerovnosti:
   a) $\left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{4}{3}} < \left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{5}{3}}$
   b) $(2{,}3)^{2{,}1} < (2{,}3)^{2{,}2}$

5. Na základě znalosti vlastností exponenciálních funkcí určete z grafu, která z následujících mocnin je rovna, která je větší a která menší než 1.
   a) $0{,}6^2$
   b) $2{,}15^{0{,}4}$
   c) $\left(\frac{2}{3}\right)^{0{,}75}$
   d) $\left(\frac{4}{3}\right)^{1{,}01}$
   e) $\left(\frac{2}{5}\right)^{0{,}5}$
   f) $\left(\frac{8}{7}\right)^{\frac{5}{2}}$
   g) $7^{0{,}8}$
   h) $(10{,}3)^0$

6. U daných funkcí určete H(f), omezenost a rozhodněte, zda je rostoucí nebo klesající:
   a) $y = 5^{x+2}$
   b) $y = 3^x - 2$
   c) $y = \left(\frac{3}{4}\right)^x$

15. otázka

15.1 Trojúhelník – základní pojmy, vnitřní a vnější úhly

1. Podle jakých kritérií a jak rozdělujeme trojúhelníky?

2. Definujte slovně následující pojmy pro trojúhelníky (zakreslete do obecného trojúhelníku)
   a) trojúhelník
   b) výška trojúhelníku
   c) těžnice trojúhelníku
   d) ortocentrum
   e) těžiště
   f) střední příčka
   g) kružnice opsaná
   h) kružnice vepsaná

3. Určete velikosti zbývajících vnitřních (α, β, γ) a vnějších (α', β', γ') úhlů v trojúhelníku, znáte-li:
   a) $\alpha = 21°54', \beta' = 103°12'$
   b) $\alpha' = 162°32', \gamma = 118°56'$
   c) trojúhelník je pravoúhlý s úhlem $\beta' = 155°20'$
   d) $\beta = 45°, \gamma = 65°5'$
   e) trojúhelník je rovnoramenný a ramena svírají úhel $\alpha = 45°24'$

4. Rozhodněte o podobnosti trojúhelníků ABC a EFG, když víte:
   a) |<ACB|=74°, |CA|=30 m, |CB|=45 m
      |<FEG|=74°, |EF|=40 mm, |EG|=60 mm
   b) ΔABC: a=12; b=15; c=18
      ΔEFG: 12; 10; 8
   c) ΔABC: 12, 15, 18
      ΔEFG: 28, 24, 36
   d) ΔABC: b = 15,2 cm; c = 28,4 cm; $\alpha = 38°15'$
      ΔEFG: $\alpha' = 38°15'$; f = 30,4 cm; g = 56,8 cm
   e) ΔABC: a = 6,2 cm; b = 7,3 cm; c = 8,4 cm
      ΔEFG:|KL| = 812,2 m; |LM| = 956,3 m; |KM| = 1100,4 m

5. Na mapě s měřítkem 1 : 50 000 má trojúhelníkový pozemek strany o délkách 1,5 cm, 4 cm a 5,8 cm. Určete jeho rozměry ve skutečnosti.

15.2 Vzájemná poloha dvou přímek v rovině

1. Určete, zda dané přímky jsou rovnoběžné nebo různoběžné. V případě, že jsou rovnoběžné, určete jejich vzdálenost, v případě, že jsou různoběžné, určete jejich průsečík a odchylku.
   a) p: $2x + y - 3 = 0$
      q: $x - 4y - 6 = 0$
   b) p: $2x - y + 3 = 0$
      q: $2x - y - 5 = 0$
   c) p: $x - 7y + 13 = 0$
      q: $7x + y - 9 = 0$
   d) p: $3x - y - 7 = 0$
      q: $x - y + 5 = 0$
   e) p: $3x + 4y - 1 = 0$
      q: $3x + 4y + 5 = 0$
   f) p: $5x - 8y + 34 = 0$
      q: $4x + 9y - 19 = 0$
   g) p: $-2x + y - 1 = 0$
      q: $4x - 2y + 3 = 0$
   h) p: $3x + y - 5 = 0$
      q: $6x + 2y + 7 = 0$

2. Určete, zda dané přímky jsou rovnoběžné nebo různoběžné. V případě, že jsou rovnoběžné, určete jejich vzdálenost, v případě, že jsou různoběžné, určete jejich průsečík a odchylku.
   a) p: $x = 5 + 4t$, $y = -2 - 2t$ q: $x = 1 - 2s$, $y = 7 + s$
   b) p: $x = 3 + t$, $y = 2 - t$ q: $x = 3s$, $y = -2s$
   c) p: $x = 6 + 5t$, $y = 3 - 9t$ q: $x = 11 - 10s$, $y = -6 + 18s$

3. Rozhodněte o vzájemné poloze přímek:
   a) p: $x - y - 4 = 0$ q: $x = 2 - t$, $y = -2 + t$
   b) p: $4x - 3y + 7 = 0$ q: $x = 3 + 3t$, $y = 3 + 4t$
   c) p: $3x + 2y - 5 = 0$ q: $x = 5 + 2t$, $y = -1 + t$

4. Určete vzdálenost bodu P[2; -5] od přímky q: $-3x + 4y + 16 = 0$.

5. Určete vzdálenost bodu P[-3; 2] od přímky p: $4x - 3y + 13 = 0$.

16. otázka

16.1 Kvadratická funkce – grafy a vlastnosti

1. Sestrojte grafy funkce a určete všechny její vlastnosti:
   a) $y = 2x^2$ b) $y = (x+2)^2 - 3$ c) $y = x^2 - 4x + 5$
   d) $y = 2x^2 + 4x - 3$ e) $y = -x^2 - 5$ f) $y = (x + 2)(x - 1)$
2. Najděte kvadratickou funkci $y = ax^2 + c$, sestrojte její graf a určete všechny její vlastnosti:
   a) [-1; 3], [2; 9] b) [2; -1], [-3; -6]
3. Nakreslete graf kvadratické funkce f: $y = 2x^2 - 4x + 1$, určete souřadnice vrcholu, její definiční obor a obor hodnot.
4. Do jedné soustavy souřadnic načrtněte a popište grafy funkcí, určete souřadnice vrcholu a ke každé určete její definiční obor a obor hodnot:
   a) f_1: $y = x^2$, f_2: $y = 3x^2$, f_3: $y = 3x^2 - 2$
   b) g_1: $y = -x^2$, g_2: $y = -2x^2$, g_3: $y = -2x^2 + 1$
5. Nakreslete graf kvadratické funkce f: $y = 4x^2 - 5x + 1$, určete souřadnice vrcholu, její definiční obor, obor hodnot a průsečíky se souřadnými osami.
6. Určete všechny kvadratické funkce tvaru f: $y = x^2 + bx + c$, pro něž platí $f(0) = 2$, $f(2) = 4$.
7. Zjistěte, zda existují kvadratické funkce f: $y = ax^2 + bx + c$, pro něž platí
   a) $f(0) = 15$, $f(1) = 24$, $f(-1) = 8$ b) $f(0) = 0$, $f(1) = 3$, $f(2) = 4$
8. Pro funkce z příkladu č.7 urči všechny jejich vlastnosti.

16.2 Početní operace s logaritmy

Určete hodnoty následujících výrazů:

a) $2\log_5 25 + 3\log_2 64 + \log_3 \frac{1}{9}$

b) $2\log_3 \sqrt{27} - \log_3 1 + \log_3 \frac{1}{27} - \log_3 3$

a) $5\log_2 8 - 2\log_2 \frac{1}{4} + 3\log_2 16$

b) $\frac{1}{3}\log_{\frac{1}{6}} 216 + \frac{1}{5}\log_2 32 - 2\log_5 \frac{1}{125} - \log_4 1$

a) $2\log 4 + \log \frac{3}{4} - \log 12$

b) $\log_7 \sqrt{7^3} + \log_7 \sqrt[3]{7} + \log_7 \sqrt[3]{\sqrt{7}} - \log_2 64$

a) $\log_4 \frac{1}{256} - \log 10 + \log_3 243$

b) $2\log_{\frac{1}{3}} \frac{5}{9} + 3\log_{\frac{1}{3}} \frac{9}{5} - \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{5} - \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$

a) $4\log_6 3 + 5\log_6 2 - \log_6 12$

b) $5\log_2 \sqrt[3]{4} - 4\log_2 \sqrt[6]{4} + \frac{1}{2}\log_2 4^8$

17. otázka

17.1 Aritmetická posloupnost – základní vztahy a vzorce

1. V aritmetické posloupnosti je dáno: $a_{18} = 4,\ d = -\frac{1}{5}$. Určete $a_8,\ a_{33}$.
2. V aritmetické posloupnosti je dáno: $a_{22} = -\frac{2}{3},\ d = 1$. Určete $a_{40},\ a_{15}$.
3. V aritmetické posloupnosti je dáno: $a_1 = 2,\ a_{16} = 12$. Určete s_{70}.
4. V aritmetické posloupnosti je dáno: $a_1 = 4,\ a_{21} = 14$. Určete s_{35}.
5. V aritmetické posloupnosti je dáno: $a_9 = 18,\ a_{21} = 42$. Určete s_{200}.
6. V aritmetické posloupnosti je dáno: $a_{10} = -65,\ a_{20} = -135$. Určete s_{85}.
7. V aritmetické posloupnosti je dáno: $a_1 = 7,\ s_{25} = 325$. Určete $a_{25},\ d$.
8. V aritmetické posloupnosti je dáno: $a_1 = 5,\ a_n = 23,\ s_n = 392$. Určete $n,\ d$.
9. V aritmetické posloupnosti je dáno: $a_{10} = 25,\ a_{20} = -15$. Určete $d, a_1,\ a_{50}$.
10. V aritmetické posloupnosti je dáno: $a_{18} = 152,\ a_{34} = -40$. Určete $d, a_1,\ a_{59}$.

17.2 Nepřímá úměrnost – grafy a vlastnosti

1. Načrtněte grafy funkcí a určete všechny jejich vlastnosti:

   a) $y = \frac{1}{x}$ b) $y = -\frac{2}{x}$ c) $y = \frac{1}{x-3} + 2$

   d) $y = \frac{1}{x} - 2$ e) $y = \frac{2x+1}{x-3}$ f) $y = \frac{2}{x+1}$

2. Určete průsečíky souřadných os s grafem:

   a) $y = \frac{1}{x} - 2$ b) $y = \frac{2x+1}{x-3}$ c) $y = \frac{1}{x-3} + 2$

3. Určete D(f) a H(f) u funkcí:

   a) $y = \frac{3}{x}$ b) $y = \frac{x-4}{2x-1}$

   c) $y = \frac{1}{x+1} - 3$ d) $y = \frac{1}{x} + 0{,}5$

4. Načrtněte grafy funkcí, určete D(f), H(f), průběh funkce, funkční hodnoty v daných bodech a zjistěte, zda daný bod patří této funkci:

   a) $y=\frac{2}{x}$ f(-3) A[-4; -7]

   b) $y=\frac{-0{,}5}{x}$ $f(-\frac{1}{2})$ $B\left[-3; \frac{3}{2}\right]$

   c) $y=\frac{1}{x}+3$ $f(-\frac{1}{2})$ $C\left[\frac{2}{3}; \frac{9}{2}\right]$

   d) $y=-\frac{4}{x}-2$ f(3) D[−1; 6]

   e) $y=\frac{x+1}{x}$ $f(\frac{2}{3})$ $E\left[-2; -\frac{1}{2}\right]$

   f) $y=\frac{x+1}{x-1}$ $f(-\frac{3}{4})$ F[−1; 0]

18. otázka

18.1 Lineární funkce – grafy a vlastnosti

1. Sestrojte grafy lineárních funkcí a určete všechny jejich vlastnosti:
   a) $y = 2x - 3$ b) $y = -2x + 5$ c) $y = x + 2$
   d) $y = 0{,}5x + 2$ e) $y = \frac{5}{2}x + 3$ f) $y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{2}$
2. Sestrojte grafy lineárních funkcí a určete všechny jejich vlastnosti na daných intervalech:
   a) $y = -x - 2,\ x \in (-10; 8)$ b) $y = -5x + 7,\ x \in (-1; 3)$ c) $y = 2x,\ x \in \langle -5; 2{,}5 \rangle$
3. Stanovte předpis lineární funkce, sestrojte její graf a určete všechny její vlastnosti:
   a) $f(1) = -2,\ f(5) = 6$ b) $f(-5) = -2,\ f(-1) = 0$
   c) [0; 0], [2; 3] d) [1; -1], [-2; 3]
4. Stanovte lineární funkci, pro kterou platí:
   a) $f: y = ax + 2$ a graf funkce f prochází bodem [-7; 12]
   b) $g: y = -3x + b$ a graf funkce g prochází bodem [-2; 4]
5. Silnice stejnoměrně klesá. Určete graficky výšku bodu, který je vzdálen od místa *A* 15 km, má-li bod vzdálený od místa *A* 5 km výšku 150 m a bod vzdálený od místa *A* 9 km výšku 120 metrů.
6. Na natření 10 metrů plotu se spotřebuje 4,5 kg barvy. Natěrač má zásobu 20 kg barvy. Napište rovnici popisující závislost množství zásoby barvy (*y* kg) na délce natřeného plotu (*x* m). Určete podmínku pro *x*.

18.2 Obvody a obsahy geometrických obrazců

1. Vypočtěte obsah rovnostranného trojúhelníka, jehož obvod je 72 cm.
2. Obdélníková zahrada má obvod 130 m a obsah 1000 m^2. Vypočtěte její rozměry.
3. Vypočtěte obvod a obsah čtverce, jehož úhlopříčka má délku 10 cm.
4. Kolo těžní věže má průměr 1,5 m. O kolik metrů se spustí klec výtahu, otočí-li se kolo pětadvacetkrát?
5. Příčný průřez náspu železniční tratě má tvar rovnoramenného lichoběžníku se základnami AB =15m; CD =10,5m a rameny BC = AD = 5m. Vypočtěte obsah průřezu.
6. Kruhový stůl o poloměru 80 cm vysoký rovněž 80 cm je pokryt čtvercovým ubrusem délce strany 1,2 m tak, že střed stolu se kryje se středem ubrusu. Jak vysoko nad zemí jsou rohy ubrusu?
7. Určete obsah pravidelného šestiúhelníku vepsaného do kružnice o poloměru r = 3cm.
8. Běžec proběhl třikrát kruhovou dráhu a uběhl dva kilometry. Jaký je poloměr dráhy?
9. Obdélníkový obraz s rozměry 40cm a 60cm má být zarámován rámem konstantní šířky. Obsah plochy rámu má být stejný jako obsah rámu. Určete šířku rámu.
10. Vypočtěte obsah rovnoběžníku s úhlopříčkami u_1 = 15 cm, u_2 = 12 cm a úhlem mezi nimi sevřeným $\omega = 30°$.
11. Vypočtěte délky úhlopříček obdélníku, je-li úhel jimi sevřený $\omega = 28°30'$ a jeho obsah S = 14,5 m^2.

19. otázka

19.1 Geometrická posloupnost – základní vztahy a vzorce

1. Určete prvních 6 členů geometrické posloupnosti, je-li: $a_3 = 10,\ q = -\frac{1}{5}$.
2. Určete prvních 6 členů geometrické posloupnosti, je-li: $a_5 = -1{,}5;\ q = -\frac{1}{2}$.
3. V geometrické posloupnosti je dáno: $a_1 = 4,\ q = 3$. Určete $a_8,\ s_8$.
4. V geometrické posloupnosti je dáno: $a_1 = \frac{1}{2},\ q = -2$. Určete $a_9,\ s_9$.
5. V geometrické posloupnosti je dáno: $a_3 = 18,\ a_6 = 486$. Určete $q,\ a_1$.
6. V geometrické posloupnosti je dáno: $a_4 = 48,\ a_{11} = 6\,144$. Určete $q,\ a_1$.
7. V geometrické posloupnosti určete první a pátý člen, je-li: $s_5 = 242,\ q = 3$.
8. V geometrické posloupnosti určete první a desátý člen, je-li: $s_{10} = 1\,364,\ q = -2$.
9. V geometrické posloupnosti určete první a pátý člen, je-li: $s_5 = 305,\ q = -3$.
10. V geometrické posloupnosti určete první a pátý člen, je-li: $s_7 = 43,\ q = -\frac{1}{2}$.

19.2 Lomené výrazy

Upravte a určete podmínky:

1. $\frac{15a^2-9a}{9-25a^2}$
2. $\frac{9-a^2}{a^2-a-6}$
3. $\frac{x^3+2x^2-x-2}{x^3+x^2-2x}$
4. $\frac{5x^2-20x+20}{6-3x}$
5. $\frac{4a(a-b)+b(8a+b)}{6a+3b}$
6. $\frac{x-y}{6x} + \frac{y-x}{3x} - \frac{2x+y}{2x}$
7. $\frac{3a+1}{2a-2b} - \frac{5a}{3a-3b}$
8. $\frac{x-2}{x^2-1} - \frac{3}{2x+2} + \frac{1}{x-1}$
9. $\frac{x^2-25}{x^2-3x} \cdot \frac{x^2-9}{x^2+5x}$
10. $\frac{x-y}{4x^2-8xy+4y^2} \cdot (4x^2 - 4xy)$

20. otázka

20.1 Logaritmické funkce – typy grafů a vlastnosti

1. Načrtni grafy funkcí a urči všechny jejich vlastnosti:
   a) $y = \log x$ b) $y = \log_{\frac{7}{3}} x$ c) $y = \log_{\frac{2}{5}} x$
2. Načrtněte grafy funkcí a vyšetřete jejich průběhy:
   a) $y = \log_3 x$ b) $y = \log_3 (x-2)$ c) $y = \log_3 (x+1) + 5$
3. Vypočítejte funkční hodnoty funkce $y = \log_a x$
   a) $f(25)$, kde $a = 5$ b) $f(10^5)$, kde $a = 10$ c) $f(64)$, kde $a = 2$
4. Rozhodněte, zda jsou pravdivé výroky:
   a) $\log_{10} 8 \leq \log_{0,3} 8$ b) $\log_{0,5} 2 < \log_{0,5} 3$ c) $\log_4 5 \leq \log_4 7$

   Využijte grafy příslušných logaritmických funkcí, které načrtněte. Určete vlastnosti obou funkcí.
5. Načrtněte grafy funkcí $f_1: y = \log_2 x$, $f_2: y = \log_{\frac{1}{2}} x$. Určete vlastnosti, které mají obě funkce rozdílné.

20.2 Analytické vyjádření přímky v rovině

1. Napište obecnou rovnici přímky AB, je-li přímka dána body:
   a) A[3; 7], B[-2; 1] b) [-4; 2], B[3; 5]
2. Jsou dány body A[-2;3] a B[2;-1]. Najdi parametrické vyjádření přímky AB. Urči souřadnice bodu C[1;?] tak, aby ležel na přímce AB. Na které části přímky AB bod C leží?
3. Náleží body M = [5; 3]; N = [−15,5; 0] přímce p, dané bodem A[-5; 7] a směrovým vektorem (3; 2)?
4. Napište parametrické vyjádření přímky p, která prochází bodem A[2; 5] a je rovnoběžná s přímkou BC, kde B [3; 7], C[-4; 9].
5. Napište obecnou rovnici přímky q, která prochází bodem Q [2; -2] a je rovnoběžná s přímkou$p: x = -1 + 2t, y = 3 - 3t$.
6. Napište parametrické vyjádření přímky p dané bodem A[1; 1] a vektorem v = (-2; 3), který je s ní rovnoběžný.
7. Napište obecnou rovnici přímky p, která prochází bodem A[2; 1] a je kolmá k vektoru n = (2; 7).
8. Napište obecnou rovnici přímky p, která je dána parametrickým vyjádřením
   a) $x = 3 + 5t$, $y = 2 - 2t$ b) $x = 5t$, $y = 1 + 3t$ c) $x = -3 - t$, $y = 1 + 2t$
9. Napište parametrické i obecné vyjádření přímky, která prochází body B = [0; 2], C = [4; 14].
10. Je dán trojúhelník ABC, kde A= [- 2; 5], B= [4; -1], C= [6; 3]. Napište parametrické i obecné vyjádření stran tohoto trojúhelníku.